

## Interrogación # 3

TIEMPO: 2 horas

1. Considere la siguiente métrica en dos dimensiones

$$ds^2 = -f(r)dt^2 + \frac{dr^2}{f(r)}. \quad (1)$$

Resuelva la siguiente ecuación  $R = \Lambda$ , donde  $\Lambda$  es una constante y encuentre la forma de la función  $f(r)$ . (En dos dimensiones el tensor de Einstein es idénticamente zero, y la ecuación correcta en este caso es  $R = \Lambda$ .)

2. Considere las geodésicas tipo luz en la métrica de Schwarzschild,

$$ds^2 = -f(r)dt^2 + \frac{dr^2}{f(r)} + r^2d\Omega, \quad f(r) = 1 - \frac{2M}{r} \quad (2)$$

Directamente de la ecuación de la geodésica demuestre que existe una órbita circular para el fotón. Determine el radio de esta órbita. Usando el potencial efectivo determine si esta órbita es estable o no.

3. En un tiempo  $t_1$ , una estrella  $A$  emite dos rayos de luz separados por un pequeño tiempo  $\delta t_B$ . Estos rayos son recibidos en otra estrella muy lejana llamada  $B$ , en un tiempo  $r_2$ , y con una diferencia temporal  $\delta t_B$ . Considerando la expansión del universo, y asumiendo que los fotones viajan en una métrica bidimensional,

$$ds^2 = -dt^2 + a(t)^2 dr^2 \quad (3)$$

calcule  $\delta t_B$  en términos de  $\delta t_A$  y  $a(t)$ .