Relatividad y Gravitación, 2006
Prof. Máximo Bañados, Ayudante: Tomás Andrade

Interrogación # 2

TIEMPO: 2 horas

1.

2. La métrica del espacio de Minkowsky en dos dimensiones es $-dt^2 + dx^2$. Considere el cambio de coordinadas 'polares' $t, x \to r, \theta$

$$x = r \cosh \theta, \qquad t = r \sinh \theta. \tag{1}$$

   (a) Encuentre la métrica en las nuevas coordenadas

   (b) Determine $\Gamma^\rho{}_{\nu\mu}$.

3. Considere un paraboloide $z = \frac{1}{2}(x^2 + y^2)$. La métrica de esta superficie es $ds^2 = (1 + r^2)dr^2 + r^2 d\phi^2$ donde r, ϕ son las coordenadas polares del plano x, y.

   Considere un vector sobre esta superficie $\vec{V} = V_0 \vec{e}_r$ donde $\vec{e}_r$ es el vector tangente a la superficie y ortogonal a $\vec{e}_\phi$. El vector está inicialmente localizado en $\theta = 0$, $r = r_0$. Transporte paralelamente este vector en un círculo con $r = r_0$ hasta que vuelva al mismo punto, y calcule las componentes del vector resultante.

Ayudas:

$$ds^2 = dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2) \quad \Rightarrow \quad \Gamma^\theta{}_{r\theta} = \frac{1}{r}, \quad \Gamma^\phi{}_{r\phi} = \frac{1}{r}, \Gamma^r{}_{\theta\theta} = -r, \quad \Gamma^\phi{}_{\theta\phi} = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}, \tag{2}$$
$$\Gamma^r{}_{\phi\phi} = -r\sin^2\theta, \quad \Gamma^\theta{}_{\phi\phi} = -\sin\theta\cos\theta$$

$$ds^2 = (1 + r^2)dr^2 + r^2 d\theta^2 \quad \Rightarrow \quad \Gamma^r{}_{rr} = \frac{r}{1 + r^2}, \quad \Gamma^\theta{}_{r\theta} = \frac{1}{r}, \quad \Gamma^r{}_{\theta\theta} = -\frac{r}{1 + r^2} \tag{3}$$

Ayuda: Christoffel para Schwarzschild !!