

Relatividad y Gravitación, 2007/2
Prof. Máximo Bañados

Interrogación # 1

TIEMPO: 2 horas

1. Un protón de masa M se desplaza a lo largo del eje \hat{x} con velocidad v (en el sistema laboratorio) e incide sobre otro protón en reposo. Como resultado de la colisión se produce otra partícula de masa m , además de los dos protones.

Determine la velocidad mínima v para que la partícula m pueda ser creada.

Ayudas: (a) Si el protón tiene justo la energía necesaria para crear el mesón, las tres partículas resultantes se encontrarán en reposo en el sistema centro de masas; (b) Puesto que solo se requiere un número, v , considere la conservación de $P^\mu P_\mu$ (P^μ representa aquí el momentum total de todas las partículas). Puesto que $P_\mu P^\mu$ es invariante de Lorentz puede ser evaluado en distintos sistemas de referencia (Laboratorio y centro de masas).

2. Considere el siguiente tensor y vector en un espacio vectorial de dos dimensiones

$$t^{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad v_i = (3 \ 1). \quad (1)$$

Ambos objetos están referidos a una base \vec{e}_1, \vec{e}_2 .

Considere ahora otra base,

$$\vec{e}'_1 = \vec{e}_1, \quad \vec{e}'_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2. \quad (2)$$

Calcule el valor de $u^i := t^{ij}v_j$ en la nueva base.

3. Usando unidades $c = 1$ la velocidad de una partícula está restringida al rango $-1 < v < 1$. Por lo tanto v puede ser representada en la forma,

$$v = \tanh(\alpha) \quad (3)$$

donde α es un número real. Del mismo modo, una transformación de Lorentz puede ser escrita en la forma

$$\Lambda(\alpha_0) = \begin{pmatrix} \cosh \alpha_0 & \sinh \alpha_0 \\ \sinh \alpha_0 & \cosh \alpha_0 \end{pmatrix} \quad (4)$$

donde $v_0 = \tanh \alpha_0$ es la velocidad relativa entre los dos sistemas.

- (a) Para una partícula de masa m moviéndose en una dimensión, encuentre las expresiones para E y p en términos de α .
- (b) Componiendo dos transformaciones $\Lambda(\alpha_0)\Lambda(\alpha_1)$ encuentre la ley de adición de velocidades de Einstein en términos de los parámetros α_0, α_1 .
- (c) Use esta notación, y la ley de adición de velocidades anterior para demostrar que $p^\mu = \begin{pmatrix} E \\ p \end{pmatrix}$ transforma efectivamente como vector.