Interrogación 1- Electrodinámica II

Primavera 2008

1. Una partícula cargada se mueve en presencia de campos $\vec{B} = B_3\hat{z}$ y $\vec{E} = E_2\hat{y}$.

   a) Si $B_3 > E_2$, encuentre una transformación de Lorentz que anule el campo eléctrico. En el nuevo sistema determine $\vec{B}$ y dibuje la forma de la órbitas. Dibuje también la forma de las órbitas en el sistema original. No es necesario hacer cálculos!

   b) Suponga ahora que $B_3 < E_2$. Se puede anular $\vec{E}$? Encuentre otra transformación de Lorentz, también en el eje $\hat{x}$, que le permita simplificar el campo electromagnético anulando $\vec{B}$. En el nuevo sistema encuentre una expresión para $\vec{v}'^2$ en función de t' (y constantes de integración). Determine la velocidad $\vec{v}'^2$ luego de que la partícula ha acelerado durante un tiempo infinito bajo la acción del campo eléctrico.

2. Sea $\bar{A}^\mu(x)$ una solución dada de las ecuaciones de Maxwell

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = 4\pi J^\nu. \tag{1}$$

   a) Demuestre que $A^\mu(x) = \bar{A}^\mu(x) + \epsilon^\mu \sin(k_\mu x^\mu)$ también es una solución. Aquí ϵ^μ, k_μ son constantes y satisfacen $\epsilon^\mu k_\mu = 0$, $k^\mu k_\mu = 0$ y $\epsilon_\mu \epsilon^\mu = -1$. Representa $\epsilon^\mu \sin(k_\mu x^\mu)$ una transformación de gauge? Argumente su respuesta.

   b) Si $J^\mu = 0$ entonces $A^\mu = \epsilon^\mu \sin(k_\mu x^\mu)$ es una solución exacta de las ecuaciones. Considere una partícula cargada que se propaga en este campo. Escriba la ecuación de Lorentz correspondiente. Demuestre que multiplicando esta ecuación por k_μ y por ϵ_μ se pueden encontrar dos cantidades conservadas (primeras integrales de la ecuación).

   c) Compruebe que $k_\mu = (1, 1, 0, 0)$ y $\epsilon^\mu = (0, 0, 1, 0)$ definen una solución. Para esta elección de vectores escriba explícitamente las 4 componentes de la ecuación de Lorentz. Si alguna componente puede ser integrada fácilmente, intégrela.