



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
FACULTAD DE FÍSICA

LABORATORIO DE ONDAS Y ÓPTICA

Experimento 2: Ondas estacionarias unidimensionales

Profesor:

Ayudante:

Estudiantes:

Resumen: Se utilizaron dos distintos medios (una cuerda y un resorte) para propagar ondas estacionarias (transversales y longitudinales respectivamente), a través de la frecuencia transmitida desde un parlante a los medios, con el fin de estudiar estos fenómenos y sus variables asociadas. Se encontró una relación lineal entre la frecuencia y el número de nodos del sistema; una constante de elasticidad k para el resorte $k=1.42$ [N/m]; las densidades lineales de ambos medios ($8.49 \cdot 10^{-2}$ [kg/m] para el resorte, y $2.67 \cdot 10^{-4}$ [kg/m] para la cuerda contra $3.64 \cdot 10^{-4}$ [kg/m] que se obtuvo de la simple división entre la masa y el largo); con un rango de tensiones de los medios utilizados de entre 0.115 y 0.518 [N] se obtuvo un rango de velocidades de propagación de las ondas de 23.14 a 46.99 [m/s] para las ondas transversales, y de 0.26 a 0.39 [m/s] para las longitudinales.

Objetivo:

Realizar un estudio experimental sobre las ondas estacionarias en medios continuos unidimensionales, y profundizar en algunas de sus variables características, para ondas transversales como longitudinales.

Introducción y marco teórico:

La frecuencia angular de sus modos normales de oscilación (ω_n) se relaciona con la velocidad de propagación de las ondas (v) por medio de

$$\omega_n = \frac{n\pi v}{L}, \quad (1)$$

donde L es el largo del medio continuo en que se propagan las ondas (e.g. de una cuerda o un resorte), y n un número discreto desde 1 en adelante, dependiendo del modo normal de que se trate¹. Esta frecuencia angular puede manipularse experimentalmente a partir de una fuente generadora de vibraciones (e.g. un parlante), a través de la frecuencia lineal de ésta (f), según la expresión

$$f = 2\pi\omega. \quad (2)$$

De ecuación (2) se consigue una forma de verificar empíricamente la relación en ecuación (1), pues variando la frecuencia de vibración de una fuente, como un parlante, puede observarse para qué valores de ésta se alcanzan -en el medio respectivo- nodos, es decir, puntos de amplitud de oscilación nula, de los cuales obtenemos el número n según

$$n = N + 1, \quad (3)$$

donde N es el número de nodos presentes en la oscilación. De satisfacer, con las anteriores expresiones, la ecuación (1), podemos obtener valores para la velocidad de propagación de las ondas (v) para distintas tensiones del medio utilizado, y observar de qué forma depende la primera de las últimas.

En el caso particular en que el medio utilizado sea un resorte, su constante de elasticidad (k) estará sujeta, según la ley de Hooke, a

$$L = \frac{mg}{k} + L_0, \quad (4)$$

donde L es el largo total del resorte, m la masa colocada en su extremo (colocado éste último de forma vertical), g la aceleración de gravedad, y L_0 el largo natural del resorte. Otra propiedad característica de los medios continuos, es su densidad lineal (μ), la cual puede determinarse de acuerdo a²

$$f^2 = \frac{n^2 T}{4L^2 \mu}. \quad (5)$$

Con estos antecedentes, el experimento se preocupará de las variables aquí mencionadas por medio de ondas transversales en una cuerda, y de ondas

Montaje experimental 1: Ondas transversales

El experimento fue realizado con los siguientes materiales:

- Amplificador de potencia PASCO CI-6502
- PC con programa Data Studio e interfaz Pasco Science Workshop
- Cuerda
- Parlante
- Base con una polea
- Soporte para golillas y golillas

Se dispusieron los elementos según la **figura 1**, y se conectó el amplificador de potencia a la interfaz del PC, desde donde se reguló la frecuencia (f , en la teoría) que transmitió el parlante a la cuerda. Las masas colocadas en el extremo de la cuerda sirvieron para provocar una tensión en ésta ($T=mg$), que pudo variarse variando el número de golillas, o dejarse fijo para distintas

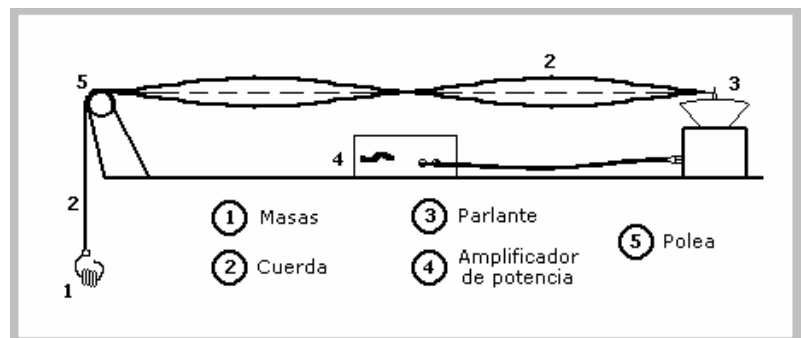


Figura 1. Montaje utilizado en el estudio de ondas transversales.

frecuencias de vibración del parlante.

Lo que se hizo fue encontrar los valores de las frecuencias aplicadas por medio del parlante, que se correspondían con la aparición de nodos (N). Se buscó el rango de frecuencias para el cual se observó el primer armónico (y así sucesivamente variando la frecuencia de 0.1 [Hz]) la frecuencia para la cual se lograba la mayor amplitud de oscilación de la cuerda, y se tomó éste valor como representativo del rango para el respectivo n (ver la teoría). Se obtuvieron así, pares de datos frecuencia- n . Se hizo esto para tres tensiones (masas en el extremo de la cuerda) distintas, para así, por medio de las ecuaciones (2) y (1), obtener la velocidad de propagación de las ondas para distintas tensiones:

$$T1 = m_1g = 0.398 \text{ [N]}$$

$$T2 = m_2g = 0.115 \text{ [N]}$$

$$T3 = m_3g = 0.254 \text{ [N]}$$

Datos previos:

Largo de la cuerda: $L = 1.1 \text{ [m]}$

Masa del soporte para golillas: $m_s = 0.0046 \text{ [kg]}$

Masa de cada golilla: $m = 0.0071 \text{ [kg]}$

Densidad lineal de la cuerda: $\mu_c = m_c/L_c = 3.64 \cdot 10^{-4} \text{ [kg/m]}$

Montaje experimental 2: Ondas longitudinales

El experimento fue realizado con los siguientes materiales:

- Amplificador de potencia PASCO CI-6502
- PC con programa Data Studio e interfaz Pasco Science Workshop
- Resorte
- Parlante
- Soporte para el resorte

Se dispusieron los elementos según la **figura 2**. Nuevamente se varió la frecuencia de vibración del parlante a través del amplificador de potencia, aunque ésta vez se varió la tensión del resorte aumentando o disminuyendo su largo ($T=k\Delta x$, al equilibrar la ley de Hooke). Para esto fue necesario medir la constante de elasticidad del resorte k , lo cual se hizo con la ecuación (4).

Para una tensión (i.e. largo del resorte $L=0.465\pm0.001$ [m.]) fija, se midieron las frecuencias del parlante a las cuales se observaron nodos en el resorte (en este caso, anillos del resorte que no se movían). Igual que en el caso de ondas transversales, se obtuvo primero un rango de frecuencias, y luego se eligió la frecuencia a la cual se vieron con la mayor claridad los nodos (N). Se hizo esto para 3 tensiones distintas, para obtener el mínimo número de datos con el fin de establecer la relación entre la tensión del resorte y la velocidad de propagación de las ondas.

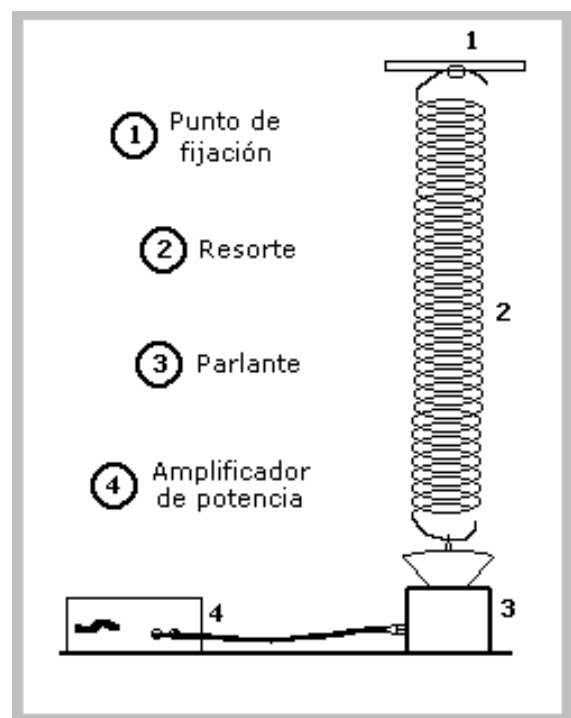


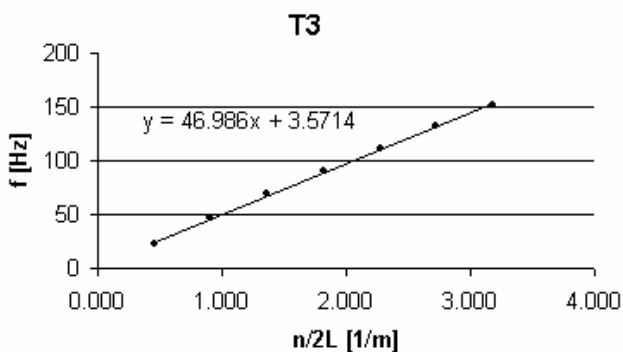
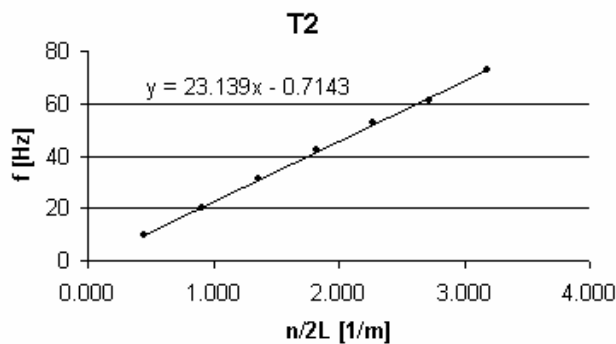
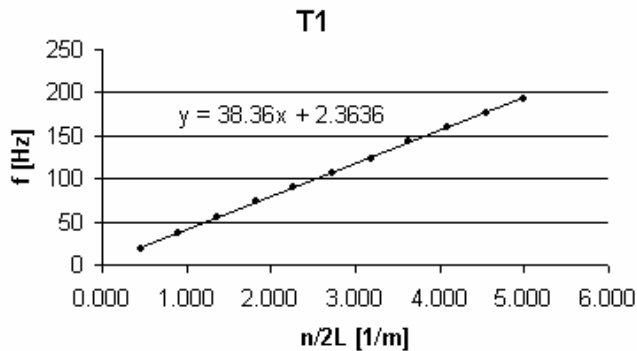
Figura 2. Montaje utilizado en el estudio de ondas longitudinales.

Datos previos:

Largo natural del resorte: $L_0 = 0.20$ [m]

Resultados y Análisis:

Ondas transversales



Gráficos 1-3. Relación entre la frecuencia y el número $n/2L$ para distintas tensiones. Se observa una relación lineal entre la frecuencia y el número n , para 3 tensiones distintas.

Los gráficos 1-3 muestran los resultados obtenidos para la relación entre la frecuencia de vibración del parlante (f) y el factor $n/2L$, para las tres tensiones mencionadas en el montaje, T_1 , T_2 y T_3 .

De partida se observa una relación lineal entre esta frecuencia (y por tanto, igualmente para la frecuencia angular de oscilación de la cuerda) y el número n (en este caso, el número de segmentos en que se divide la cuerda por medio de nodos).

Queda claro, tanto por una consistencia de unidades, como por revisar las ecuaciones (1) y (2), que la pendiente de estos gráficos es una velocidad, y particularmente la velocidad de propagación de las ondas. Así, según cada tensión se obtuvo una velocidad de propagación distinta que se explicita como el factor de la variable independiente en los gráficos.

De estos distintos valores de velocidad de propagación para distintas tensiones, se elaboró el gráfico 4, que presenta la relación entre estas magnitudes.

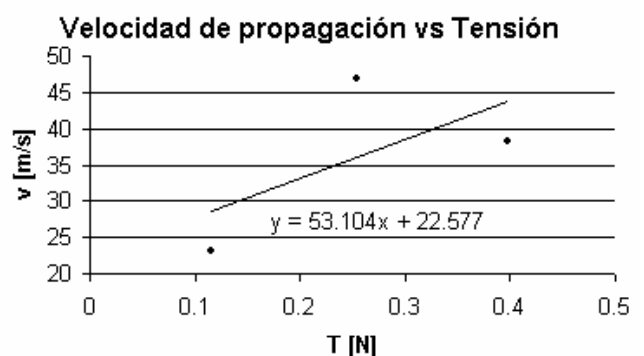


Gráfico 4. Relación entre la tensión de la cuerda y la velocidad de propagación de las ondas transversales en ésta

Ondas longitudinales

Primero que nada, se midió la constante elástica k a través de cuantificar la relación entre la masa colocada al extremo del resorte utilizado, y el estiramiento de éste. El gráfico 5 resume los resultados obtenidos para estas mediciones.

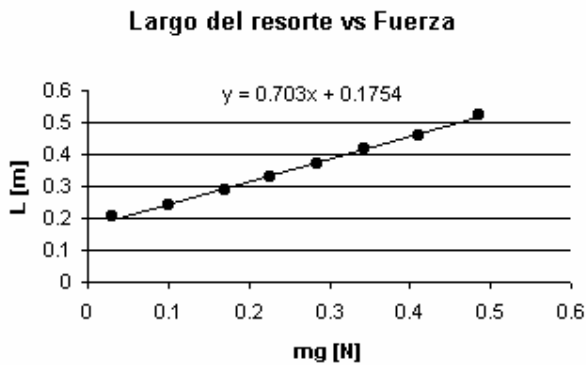


Gráfico 5. Determinación de la constante elástica del resorte utilizado

el largo natural que ya habíamos medido inicialmente como 0.20 [m] dando un valor muy similar: 0.18 [m].

Los gráficos 6-8 se generaron de la misma forma que los gráficos 1-3, con la única diferencia de que las tensiones se calcularon esta vez por medio de la ley de Hooke, como se establece en el montaje 2, y utilizando el k recién obtenido.

Se observa la misma dependencia lineal del número n con la frecuencia aplicada por el parlante (y por tanto con la frecuencia angular de oscilación longitudinal del resorte).

Nuevamente, la pendiente representa en este caso la velocidad de propagación de las ondas longitudinales en el resorte, y vemos que se obtienen distintos valores para las tres distintas tensiones $T1$, $T2$ y $T3$. Éstas fueron:

$$T1 = k\Delta l_1 = 0.376 \text{ [N]}$$

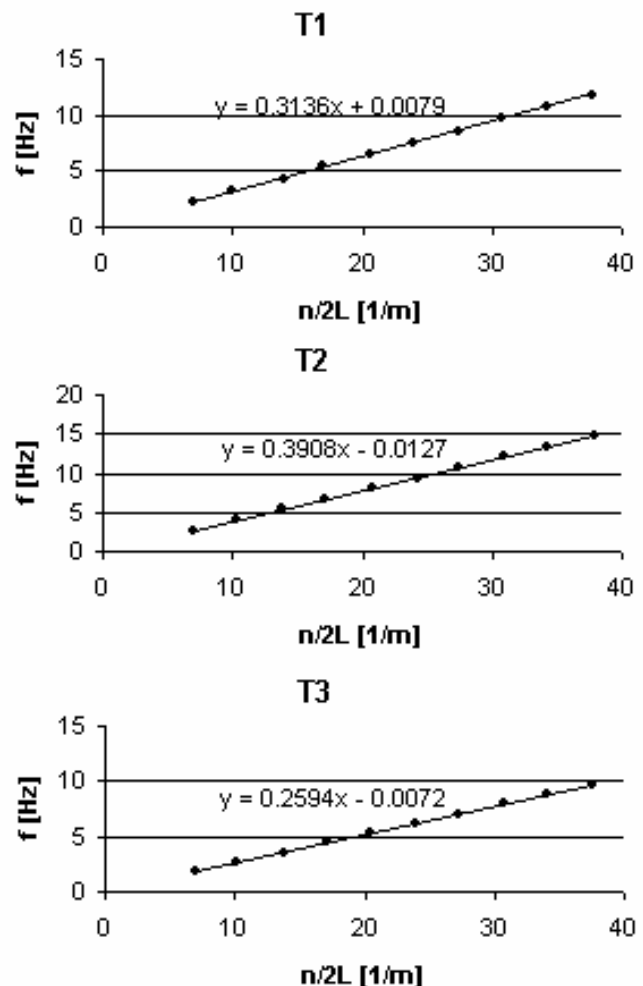
$$T2 = k\Delta l_2 = 0.244 \text{ [N]}$$

$$T3 = k\Delta l_3 = 0.518 \text{ [N]}$$

Si se observa la forma de la ecuación (4), podemos afirmar que la pendiente del gráfico 5 es el recíproco de k ($1/k$), por lo que obtenemos:

$$k = 1.42 \text{ [N/m]}$$

Este valor se utilizó, tal como se dijo en el montaje, para calcular las distintas tensiones del resorte. La constante que se obtiene en el gráfico viene siendo



Gráficos 6-8. Se observa una relación lineal entre la frecuencia y el número n , para 3 tensiones distintas

El gráfico 9 muestra la relación entre estas tensiones y las velocidades de propagación obtenidas para cada una de ellas como las pendientes de los gráficos 6-8.

De todos estos resultados, como de sus elaboraciones, pueden captarse ya varias ideas. Primero, que tanto en las longitudes transversales como en las longitudinales, una mayor frecuencia de oscilación del medio en el cual las ondas se propagan, implica siempre la formación de un mayor número de nodos, y por tanto, de armónicos (como segmentos en los cuales se divide el medio y donde se presentan las oscilaciones). Ello se observa claramente de los gráficos 1-3 y de los gráficos 6-8.

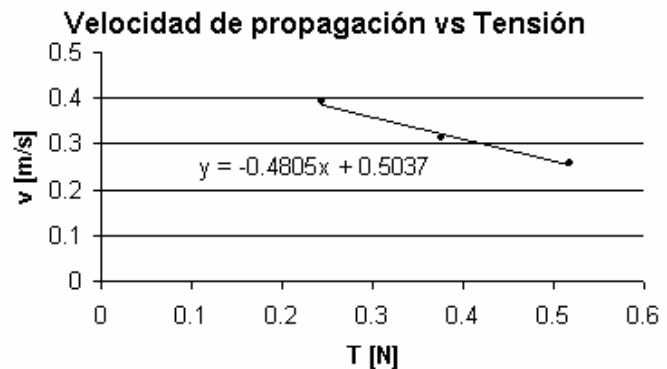


Gráfico 9. Relación entre la tensión del resorte y la velocidad de propagación de las ondas longitudinales en éste

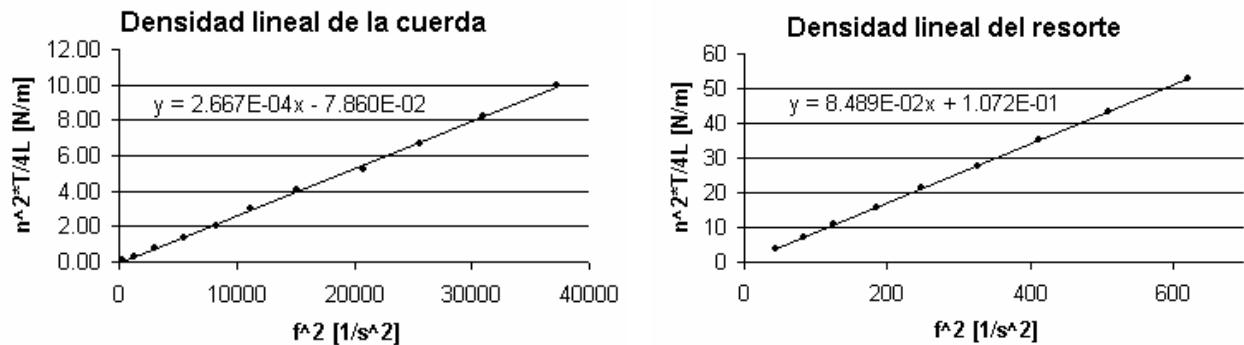
En segundo lugar, se ve que en las ondas transversales, las distintas tensiones se corresponden con velocidades de propagación de 2 órdenes de magnitud más que en las ondas longitudinales (pues las tensiones en ambos casos son muy similares, mientras que de las pendientes de los gráficos 1-3 y 6-8 vemos que las velocidades de propagación son significativamente distintas, entre 23.14 y 46.99 [m/s] para las ondas transversales, y de solo 0.26 a 0.39 [m/s] para las ondas longitudinales). ¿Es esto debido al distinto tipo de ondas estacionarias de que se tratan o a algo más? Esto queda respondido más adelante.

La diferencia cualitativa más grande que a través de este análisis puede encontrarse entre las ondas longitudinales y transversales, es el hecho del tipo de relación entre la tensión del medio y la velocidad de propagación de las ondas en éste. El gráfico 4 no muestra en realidad una relación clara entre estas magnitudes en las ondas transversales, pero sí puede al menos afirmarse que la relación es creciente (a mayor tensión, se obtiene mayor velocidad de propagación), mientras que el gráfico 9 muestra que para las ondas longitudinales, la relación entre las magnitudes es inversa (a mayor tensión, menor velocidad de propagación).

Finalmente, podemos referirnos a las densidades lineales de los medios obtenidas experimentalmente. Para esto utilizamos la ecuación (5) y sintetizamos nuestros resultados en los gráficos 10 y 11, en los que se relacionaron las magnitudes presentadas, de tal forma de que la densidad lineal μ quedara representada como la pendiente en ambos casos.

Numéricamente hablando, vemos que para el caso de la cuerda, obtenemos una densidad lineal de $2.67 \cdot 10^{-4}$ [kg/m], contra la que se calculó antes del experimento en el montaje 1, que dio el valor de $3.64 \cdot 10^{-4}$ [kg/m], lo cual significa una diferencia porcentual de 26.6% entre los dos distintos modos (ambos experimentales en el fondo) de medir esta magnitud. En el caso del resorte, no tenemos un valor previo de la densidad lineal al cual recurrir, pero por medio de este método, se obtuvo una densidad lineal de $8.49 \cdot 10^{-2}$ [kg/m] (dos veces mayor que la de la cuerda en órdenes de magnitud). Es sumamente interesante notar que la diferencia de magnitud entre las densidades lineales de la cuerda y del resorte, es la misma que la diferencia de magnitud entre las velocidades de

propagación mencionada más arriba. Esto puede resumirse como, una densidad lineal de un medio (la cuerda), dos órdenes de magnitud menor que la de otro medio (el resorte), se corresponde con un rango de velocidades de propagación (dependiente de la tensión) dos órdenes de magnitud mayor que la de aquel otro medio.



Gráficos 10-11. Muestran la densidad lineal de la cuerda y el resorte utilizados, como la pendiente en los gráficos presentados.

Esto podría apuntar a que esa diferencia significativa de las velocidades de propagación no tiene necesariamente que ver con el tipo de onda de que se trate (longitudinales o transversales), sino más probablemente con el medio de propagación mismo (con su densidad lineal). Si bien nuestro experimento solo ha tratado con dos medios de propagación de ondas (una cuerda y un resorte), a partir de estos dos, podemos concluir que: en un medio menos denso las ondas se propagan más rápido que en uno más denso.

Lo cual resulta en extremo obvio pues sabemos que, en efecto, el medio en que más rápido se propagan las ondas electromagnéticas es el vacío³. Sin embargo, es interesante que hayamos podido al menos hacer un alcance al respecto por medio de un experimento muy simple, además de todas las otras conclusiones y resultados expuestos.

Ahora bien, con respecto a los resultados que hemos obtenido, podemos decir que muchos presentan errores (e.g. los coeficientes libres en los gráficos en que se obtuvieron las velocidades de propagación), los cuales pueden atribuirse a errores de medición (imprecisiones) como al hecho de que los materiales utilizados siempre presentan imperfecciones con respecto a lo que serían sistemas ideales.

Conclusiones:

Nuestros principales resultados y conclusiones para el estudio de las ondas transversales (en una cuerda) y longitudinales (en un resorte), generadas por medio de la vibración de un parlante, son:

- 1) En ambos tipos de ondas, se encontró una proporción lineal directa entre la frecuencia angular de oscilación y el número de nodos N —o el número de armónicos n . Ver gráficos 1-3 y 6-8.

- 2) Para el resorte utilizado, se obtuvo una constante de elasticidad $k = 1.42 \text{ [N/m]}$
- 3) Se obtuvieron experimentalmente las densidades lineales de los medios utilizados, encontrándose un valor de $8.49 \cdot 10^{-2} \text{ [kg/m]}$ para el resorte, y de $2.67 \cdot 10^{-4} \text{ [kg/m]}$ para la cuerda. Este último también se calculó inicialmente obteniéndose un valor de $3.64 \cdot 10^{-4} \text{ [kg/m]}$ (un 26.6% de diferencia entre un método y otro).
- 4) Para distintas tensiones entre 0.115 y 0.398 [N] se encontró para las ondas transversales, un rango de velocidades de propagación de entre 23.14 y 46.99 [m/s]. Para distintas tensiones entre 0.244 y 0.518 [N] se encontró para las ondas longitudinales, un rango de velocidades de propagación entre 0.26 a 0.39 [m/s]. La diferencia tan significativa de rangos de velocidades se atribuyó a la diferencia de densidades lineales.
- 5) Para las ondas transversales, se observó aproximadamente (gráfico 4), una relación al menos positiva entre la tensión de la cuerda y la velocidad de propagación en ésta, mientras que para las ondas longitudinales, se constató una relación inversa o negativa (gráfico 9) entre las mismas magnitudes, diferencia cualitativa que se atribuyó al distinto tipo de onda de que se trata.

Referencias:

¹ A. P. French, *Waves and Vibrations*, W. W. Norton & Company, MIT Introductory Series, Massachusetts, 1971, p.165.

² M. Alonso, O. Rojo, *Campos y Ondas*, Addison-Wesley Iberoamericana, Delaware, 1987, p.216-217.

³ C. Díaz, A. Peña, *Física*, McGraw-Hill, Serie Schaum, Madrid, 1998, p.317.

Anexos